

# Migration und Alterssicherung: Demografische Effekte von Migrationszyklen auf die Finanzlage der GRV

Bericht für das Forschungsnetzwerk Alterssicherung der Deutschen Rentenversicherung Bund,  
Berlin,

von Valentin Vogt, KU Eichstätt-Ingolstadt

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. <u>EINLEITUNG</u></b> .....	<b>2</b>
<b>2. <u>LITERATURÜBERBLICK</u></b> .....	<b>4</b>
<b>3. <u>REGULARITÄTEN BEI DER MIGRATION IN DEUTSCHLAND</u></b> .....	<b>5</b>
3.1 DIE WELLENFORM DES MIGRATIONSSALDOS.....	5
3.2 DIE KORRELATION ZWISCHEN GRÖÖE UND ALTERSSTRUKTUR.....	7
3.3 DIE ARBEITSMARKTPARTIZIPATION NACH ALTER UND AUFENTHALTSDAUER.....	12
3.4 KONSTRUKTION DER SZENARIEN.....	13
<b>4. <u>DAS MAKRO-PROJEKTIONSMODELL</u></b> .....	<b>14</b>
4.1 BEVÖLKERUNGSPROJEKTION.....	15
4.2 ARBEITSMARKTPARTIZIPATION .....	16
4.3 MAKROÖKONOMISCHES WACHSTUMSMODELL .....	18
4.4 MODELL DER BUDGETS DER GRV .....	18
<b>5. <u>ERGEBNISSE</u></b> .....	<b>23</b>

<b>6. FAZIT</b> .....	<b>25</b>
-----------------------	-----------

<b>LITERATURVERZEICHNIS</b> .....	<b>28</b>
-----------------------------------	-----------

<b>ANHANG</b> .....	<b>30</b>
---------------------	-----------

## 1. Einleitung

Die Bedeutung des demografischen Wandels für die langfristige Stabilität der gesetzlichen Rentenversicherung (GRV) ist mittlerweile allgemein anerkannt. Nach aktuellen Prognosen wird der Renteneintritt der geburtenstarken Jahrgänge den Beitragssatz zur GRV von derzeit 18,6 % auf 26 % ansteigen lassen. Auch die langfristigen Effekte der niedrigen Geburtenraten und der steigenden Lebenserwartung auf Beitragssatz und Nettorentenniveau vor Steuern werden in der Literatur seit längerem ausführlich thematisiert. Demgegenüber sind die Wirkungen der Migration auf die finanzielle Situation der Rentenversicherung weniger gut erforscht. Eine verstärkte Zuwanderung wird zwar immer wieder als ein möglicher Beitrag zur Abmilderung der demografisch bedingten Belastungen diskutiert, bislang fehlt jedoch eine detaillierte Analyse der Auswirkungen der Migration auf die Finanzlage der gesetzlichen Rentenversicherung.

Das vorliegende Projekt versucht, einen entscheidenden Teil dieser Forschungslücke zu schließen. Im Zentrum des verwendeten Ansatzes steht die Beobachtung, dass die Migration nach Deutschland durch drei wiederkehrende Muster (Regularitäten) gekennzeichnet ist, die auch Auswirkungen auf die Finanzlage der Rentenversicherung haben:

1. Die Migration nach Deutschland vollzieht sich im Zeitablauf nicht gleichförmig, sondern in ausgeprägten Zyklen. Phasen sehr hoher Zuwanderung („*peaks*“) werden von Phasen niedriger Zuwanderung („*lows*“) abgelöst.
2. In den verschiedenen Zuwanderungsphasen verändert sich die Altersstruktur der Migrantinnen und Migranten. Während in den *peak*-Phasen verstärkt junge Erwachsene zuwandern, migrieren in den *low*-Phasen vergleichsweise mehr ältere Erwachsene und Kinder.
3. Empirisch ist eine hohe Korrelation zwischen dem Alter, der Aufenthaltsdauer und der Arbeitsmarktpartizipation von Migrantinnen und Migranten festzustellen. Jüngere

MigrantInnen weisen dabei eine schnellere Integration in den Arbeitsmarkt auf, als das bei älteren MigrantInnen der Fall ist.

Im vorliegenden Bericht wird untersucht, wie sich diese drei Faktoren auf die langfristige finanzielle Situation der GRV auswirken. Dabei wird zunächst die Größenordnung der jeweiligen Effekte empirisch ermittelt. Im Anschluss daran wird ein Modell entwickelt, das diese Effekte mit wenigen Parametern abbildet. Aufbauend auf dieser Parametrisierung wird anschließend ein Szenario mit zyklisch schwankender Migration entwickelt, das mit einem Szenario mit zeitlich konstantem Migrationssaldo und Altersprofil von Migrantinnen und Migranten verglichen wird, wie es bislang typischerweise in den Projektionen zur finanziellen Entwicklung der GRV verwendet wird. In beiden Szenarien ist der Migrationssaldo im Durchschnitt identisch, sodass Abweichungen ausschließlich auf Veränderungen der alters- und geschlechtsspezifischen Struktur der MigrantInnen zurückzuführen sind.

Grundlage der Projektion ist ein deterministisches Makro-Modell, das der Verfasser am Lehrstuhl für Wirtschaftsethik und Sozialpolitik der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt entwickelt hat und das für dieses Projekt in erheblichem Umfang erweitert wurde. Es besteht aus einer eigenen Bevölkerungsprognose auf Basis von Leslie-Matrizen, einer Fortschreibung der Entwicklung der Arbeitsmarktpartizipation auf der Basis von Eintritts- und Austrittsraten, einem makroökonomischen Wachstumsmodell und einer detaillierten Fortschreibung der Budgets der GRV auf der Grundlage der Entgeltpunktebiographien durchschnittlicher Kohortenmitglieder. Die drei Regularitäten werden in die Bevölkerungsprognose und in die Projektion der Erwerbspartizipation detailliert eingearbeitet, sodass erstmals die Auswirkungen dieser Faktoren auf Beitragssatz, Sicherungsniveau und Bundeszuschüsse gemessen werden können.

Im folgenden Kapitel wird zunächst ein kurzer Überblick über die bestehende Literatur und die zu schließende Forschungslücke gegeben. Danach erfolgt eine ausführliche Beschreibung der Methoden und Ergebnisse der Untersuchung der Regularitäten und der Konstruktion der zu vergleichenden Szenarien. Anschließend folgt eine Dokumentation des verwendeten Projektionsmodells. Zum Schluss werden die Ergebnisse der Projektionen vorgestellt und die wesentlichen Erkenntnisse aus dem Vergleich zwischen herkömmlichem und auf den Regularitäten basierendem Szenario herausgearbeitet. Im Fazit wird ein Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf gegeben.

## 2. Literaturüberblick

Bei der vorhandenen Literatur muss zunächst zwischen der rein demografischen Literatur und ökonomischen Projektionen der GRV unterschieden werden. In der rein demografischen Literatur gibt es eine Vielzahl detaillierter Ansätze, um Migrationsbewegungen genau abbilden und prognostizieren bzw. projizieren zu können. Prinzipiell hat sich dort seit Keilman/Crujisen (1992) herauskristallisiert, dass eine direkte Projektion der Anzahlen an MigrantInnen zielführender ist als eine Herangehensweise, die auf Migrationsraten bzw. Migrationswahrscheinlichkeiten basiert, die auf die einheimische Population in Herkunftsländern und Zielländern bezogen werden. Laut Bohk (2012) wird außerdem unterschieden zwischen Arbeiten, die als zu projizierende Größe nur den Migrationssaldo wählen oder einzelne Migrationsströme differenziert nach z. B. Alter und Geschlecht, Migrationsrichtung und Herkunfts- bzw. Zielland. Ferner muss nach Bohk (2012) zwischen rein zeitreihenbasierten interpolierenden (wie z. B. Keilman/Crujisen 1992 oder de Beer 2007) oder extrapolierenden Ansätzen, theoretisch-kausalen Ansätzen (wie z. B. Bijak 2006 oder Bijak et al. 2004) und als Mischform multi-kausalen Ansätzen (wie z. B. Rogers 1985 oder Bijak 2007) unterschieden werden. Bei rein demografischen Prognosen sind mittlerweile statistische multi-kausale Ansätze zum Standard geworden.

Anders sieht dies bei ökonomisch-demografischen Langzeitprojektionen in der sozialpolitischen Forschung aus, wie z. B. bei Langfrist-Projektionen der Auswirkungen des demografischen Wandels auf die GRV in Deutschland. Bei diesen wird üblicherweise ein einfaches Migrationsszenario verwendet, das in der kurzen Frist eine Extrapolation und in der mittleren und langen Frist eine Interpolation durchführt. Dabei wird ein Wert für den Migrationssaldo als langfristig konstant angenommen, der angesichts der jüngeren Vergangenheit als plausibel eingestuft wird. Zwischen dem aktuellen Horizont und dem mittelfristigen Erreichen des konstanten Werts des Migrationssaldos wird üblicherweise linear interpoliert, sodass eine kurze Phase der Anpassung bis zu diesem Wert angenommen wird. Manchmal wird dabei am aktuellen Rand noch eine kurzfristige Fortsetzung der unmittelbar vorausgegangenen Entwicklung angenommen, bevor die lineare Interpolation einsetzt. Die relative Alters- und Geschlechtsstruktur wird üblicherweise als konstant angenommen, ähnlich wie Werte zur Arbeitsmarktpartizipation (vgl. beispielsweise Werding 2011 oder Holthausen et al. 2012). Ähnlich geht auch das Statistische Bundesamt (Destatis) in der 13. Koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung vor. Erst Vogt/Althammer (2015) und dann im

Zuge der Flüchtlingswelle 2015/2016 Aretz et al. (2016) und in gewissem Umfang auch Fenge/Peglow (2018) sowie Bahnsen et al. (2016) nehmen einen nicht konstanten Migrationssaldo und eine sich verändernde Alters- und Geschlechtsstruktur an.

Insgesamt haben sich mit den Auswirkungen verschiedener Migrationsszenarien auf die langfristige Entwicklung der GRV in Deutschland auf der Basis eines makroökonomischen Modells bisher Börsch-Supan (2002), Werding (2016), Aretz et al. (2016), Fenge/Peglow (2016), Bahnsen et al. (2016) und Vogt/Althammer (2015) beschäftigt. Während erstere fünf Arbeiten mit konstantem Migrationssaldo und konstanter Altersstruktur, aber mit einer schrittweise voranschreitenden Angleichung der Arbeitsmarktpartizipation der ImmigrantInnen an die einheimische Bevölkerung arbeiten, ging letztere Studie den umgekehrten Weg und untersuchte Migrationswellen mit einer sich verändernden Altersstruktur. Eine Kombination aller dieser Regularitäten wurde dagegen bisher noch nicht untersucht. Die Untersuchung der Auswirkungen dieser Kombination auf die GRV ist somit die Forschungslücke, die durch diesen Bericht geschlossen werden soll.

### 3. Regularitäten bei der Migration in Deutschland

In diesem Bericht werden drei Regularitäten, die als die relevantesten angenommen werden, untersucht: die Wellenform der Zeitreihe des Migrationssaldos, der Zusammenhang zwischen Größe und Altersstruktur eines jeden Migrationsstroms und der Zusammenhang zwischen Alter, Aufenthaltsdauer und Arbeitsmarktpartizipation. Aus diesen Regularitäten werden anschließend die Szenarien konstruiert.

#### 3.1 Die Wellenform des Migrationssaldos

Die erste und bedeutendste Regularität ist die Wellenform der Zeitreihe des Migrationssaldos. Abbildung 1 zeigt, dass der Migrationssaldo weitgehend um einen festen Durchschnittswert schwankt und dabei eine sich nur in geringem Ausmaß verändernde Frequenz aufweist. Auch die Amplitude der Schwankungen bewegt sich in einem recht begrenzten Bereich.

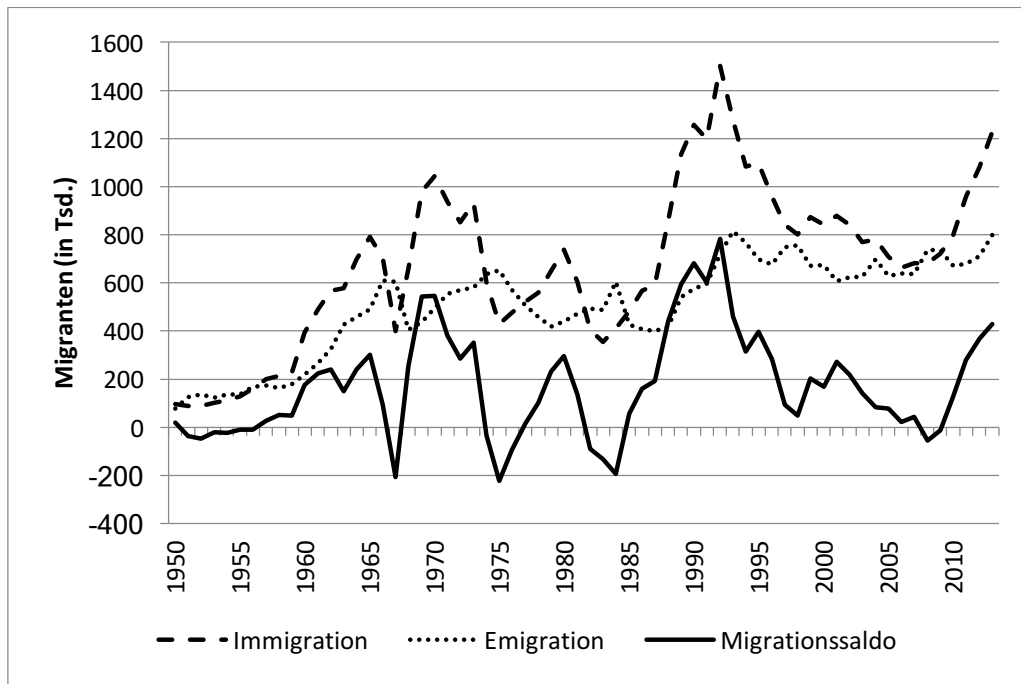


Abbildung 1: Immigration, Emigration und Migrationssaldo in Deutschland (Quelle: Destatis)

Da die Frequenz aber nicht exakt konstant ist, handelt es sich bei der Zeitreihe des Migrationssaldos nicht um eine saisonale Zeitreihe. Es wäre möglich, sie über zyklische Zeitreihenmodelle fortzuschreiben, allerdings wäre auch dies eine Projektion und keine Prognose, da für eine Prognose zu wenige Informationen über die zukünftige Entwicklung der zugrundeliegenden Kausalitäten bekannt sind. An dieser Stelle besteht noch zukünftiger Forschungsbedarf. Es ist daher aktuell sinnvoller, für den zukünftigen Verlauf des Migrationssaldos mit stilisierten Szenarien zu arbeiten. Diese sollten seine wesentlichen Eigenschaften fortführen, von denen angenommen werden kann, dass sie in Zukunft erhalten bleiben werden. Sie sollten allerdings nicht versuchen, den noch nicht erfüllbaren Anspruch an eine exakte Prognose zu bedienen. Diese wesentlichen Eigenschaften sind seit 1950 durch alle politischen und wirtschaftlichen Rahmenbedingungen hindurch stabil, während die Rahmenbedingungen Details durchaus sehr stark beeinflussen. Die wesentlichste Eigenschaft einer zyklischen Zeitreihe ist die Frequenz, die beim Migrationssaldo nur in sehr geringem Ausmaß variiert. Für das Szenario wird sie also als konstant angenommen und auf die durchschnittliche Frequenz der Hoch- und Tiefpunkte der Vergangenheit festgesetzt. Die zweite wesentliche Eigenschaft einer zyklischen Zeitreihe, die Amplitude, ist beim Migrationssaldo im Zeitverlauf wesentlich weniger konstant als die Frequenz, weshalb für sie das Festlegen einer Annahme schwieriger ist. Nach unten ist der Migrationssaldo bei -200.000 begrenzt, allerdings erreichte er nur in ganz wenigen Jahren Werte unter null, weshalb als

Untergrenze ein Migrationssaldo von null angenommen wird. Die obere Grenze ist dagegen weniger klar. Für sie wird der durchschnittliche Wert der Hochpunkte der Vergangenheit angenommen, der bei ca. 500.000 liegt. Die Annahme einer konstanten Amplitude ist für die Fragestellung dieses Berichtes auch deshalb ausreichend, weil in Vogt/Althammer (2015) und Aretz et al. (2016) bereits einzelne Migrationswellen mit besonders hoher Amplitude untersucht worden sind.

Um aus den Annahmen für Frequenz und Amplitude einen vollständigen Annahmenverlauf zu konstruieren, wird eine Cosinusfunktion verwendet. Ein Vergleich zwischen ihr und dem realen Migrationssaldo von 1960 bis 2011 ist in Abbildung 2 dargestellt. Ihre Fortführung in der Zukunft konserviert also die wesentlichen Eigenschaften der Zeitreihe des Migrationssaldos in der Vergangenheit.

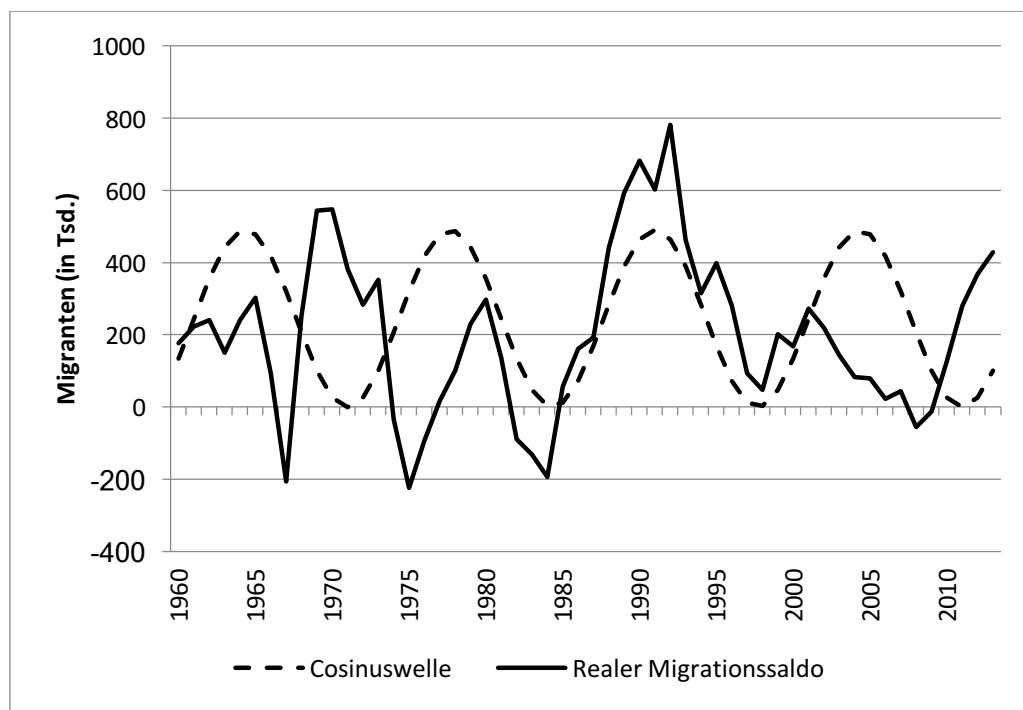


Abbildung 2: Cosinuswelle und reale Nettomigration (Quelle: für den realen Migrationssaldo Destatis, für die Cosinuswelle eigene Berechnungen)

### 3.2 Die Korrelation zwischen Größe und Altersstruktur

Die zweite in diesem Bericht untersuchte Regularität stellt die Korrelation zwischen der Größe und der Altersstruktur eines jeden Migrationsstroms dar. Um sie korrekt erfassen zu können, wird die Migration nach Richtung (in Immigration und Emigration) sowie nach Geschlecht getrennt betrachtet. Somit ergeben sich vier Migrationsströme. Für jeden davon werden jährliche Altersprofile betrachtet. Abbildung 3 und Abbildung 4 zeigen beispielhaft zwei dieser jährlichen Altersprofile der männlichen Immigration für das Hochpunkt-Jahr 1993 und das

Tiefpunkt-Jahr 2005, zunächst in absoluten und dann in relativen Zahlen. Neben dem rein durch einen Zeittrend zu erklärenden Unterschied bei den unter 15-Jährigen zeigt sich, dass das relative Profil 1993 wesentlich steiler abfällt als 2005, was sich ebenso für alle Hochpunkt-Jahre im Vergleich zu allen Tiefpunkt-Jahren im Datensatz von 1991–2011 konstatieren lässt. Auch konstatieren lässt sich, dass die Spitze in den Hochpunkt-Jahren höher ist und in einem leicht niedrigeren Alter liegt als in den Tiefpunkt-Jahren. In absoluten Zahlen sind diese beiden Effekte weniger gut zu sehen, dafür zeigt sich, wie diese beiden Strukturunterschiede sich parallel zur Zahl der im Profil enthaltenen MigrantInnen entwickelt.

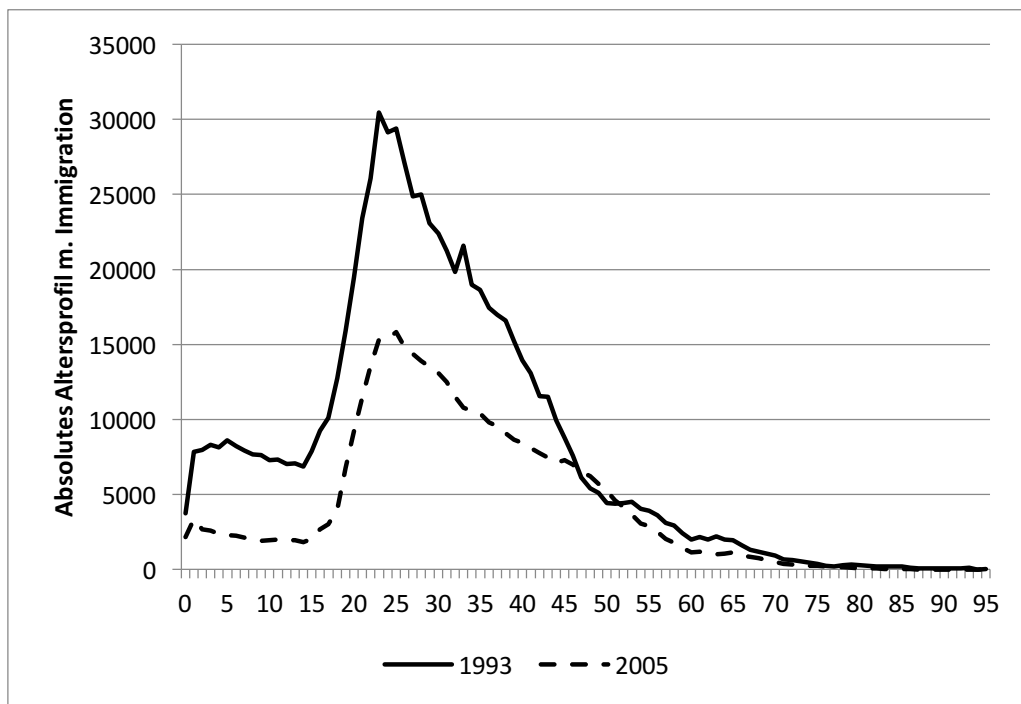


Abbildung 3: Absolute Beispiel-Altersprofile in einem Tiefpunkt- und einem Hochpunkt-Jahr (Quelle: Destatis)



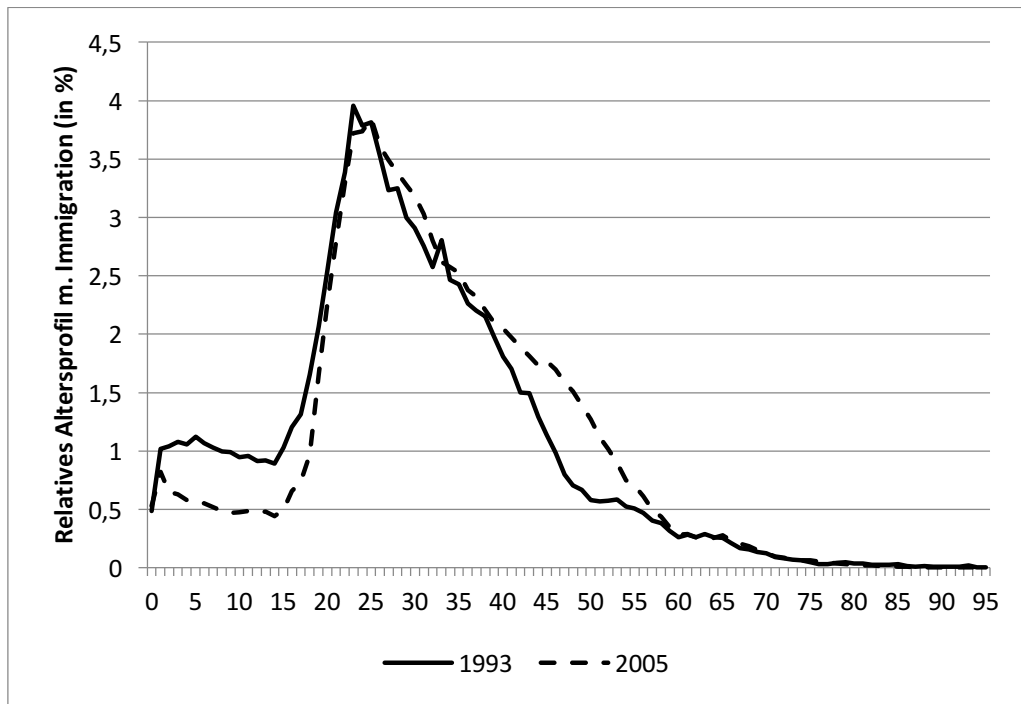


Abbildung 4: Relative Beispiel-Altersprofile in einem Tiefpunkt- und einem Hochpunkt-Jahr (Quelle: Destatis)

Um diese Unterschiede und ihre Verknüpfung mit der Größe der Ströme parametrisch fassen zu können, wird in diesem Projekt eine innovative Parametrisierung verwendet. Wie in Abbildung 3 werden dafür die Altersprofile nicht in relativen, sondern in absoluten Zahlen herangezogen. Als Parametrisierung für jedes jährliche Altersprofil wird eine Gompertz-Funktion geschätzt. Diese Methode baut auf Castro/Rogers (1981) auf und wurde in Vogt/Althammer (2015) sowie Vogt (2017a) entwickelt. Eine Gompertz-Funktion hat die folgende Formel:

$$n_{xgrt} = A_{grt} \cdot (-b_{grt}) \cdot \ln c_{grt} \cdot e^{\ln c_{grt} \cdot x - b_{grt} \cdot c_{grt}^x}$$

Dabei steht  $n_{xgrt}$  für die Anzahl an Migranten im Alter  $x$  mit Geschlecht  $g$  zum Zeitpunkt  $t$  im Strom mit der Richtung  $r$ . Die Gompertz-Funktion besitzt die drei Parameter  $A_{grt}$ ,  $b_{grt}$  und  $c_{grt}$ .  $A_{grt}$  ist funktional abhängig von der Zahl der Migranten  $N_{grt} = \sum_{x=1}^{100} n_{xgrt}$  und wird Niveauparameter genannt.  $b_{grt}$  bestimmt die Position des Hochpunkts des Altersprofils,  $c_{grt}$  die Rechtssteilheit des Profils. Die beiden letzteren Parameter werden Strukturparameter genannt. Abbildung 5 zeigt, wie eine Gompertz-Funktion aussieht und wie sich eine Variation der Parameter auf ihre Gestalt auswirkt.

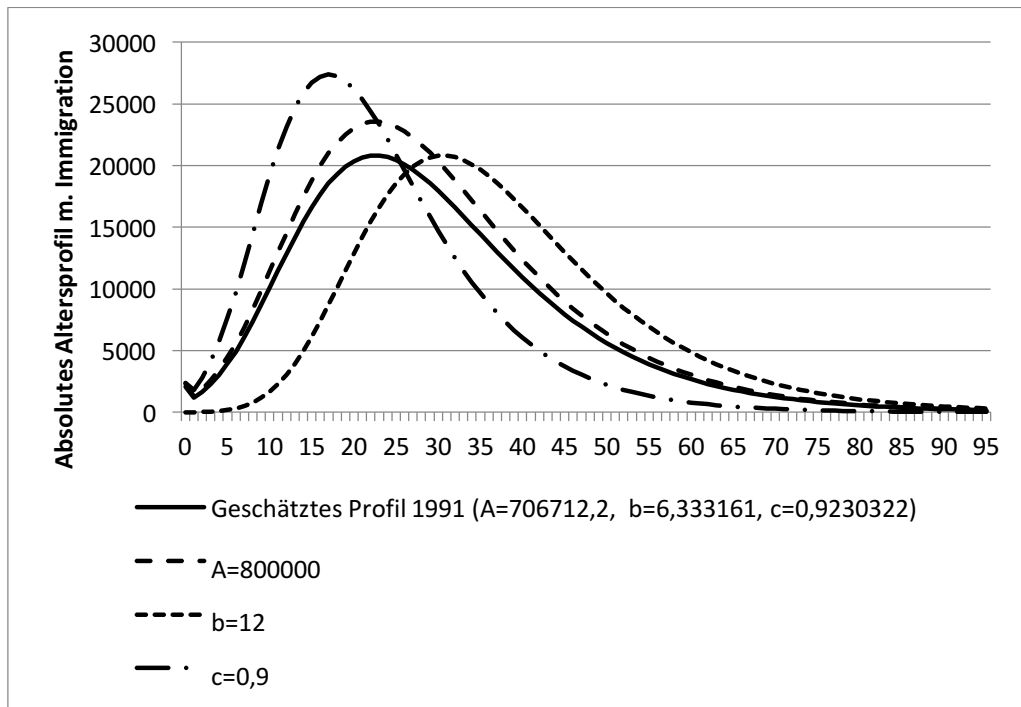


Abbildung 5: Beispiele von Gompertz-Funktionen mit Variationen der Parameter (Quelle: eigene Berechnung)

Als Datensatz werden Altersprofile für die Jahre 1991–2011 aus den Wanderungsstatistiken des Statistischen Bundesamtes verwendet. Für jedes Jahr werden in R mittels des Pakets SSGompertz in einem nichtlinearen OLS-Modell die drei Parameter geschätzt. Die Schätzergebnisse finden sich im Anhang und weisen durchweg p-Werte von  $<2e-16$  \*\*\* für alle Parameter, Jahre und Ströme aus. Für jeden der drei Parameter in jedem der vier Ströme liegt anschließend eine Zeitreihe von 1991–2011 vor. Die relativen Fehler zwischen geschätzter Gompertz-Funktion und realem Profil in jedem Alter werden ebenfalls ermittelt und erweisen sich als von 1991 bis 2011 konstant, weshalb in jedem Strom das aus ihnen gebildete Fehlerprofil verwendet werden kann, um für die Zukunft aus Gompertz-Funktionen wieder realistische Altersprofile rückberechnen zu können.

Um die in Abbildung 3 und Abbildung 4 gezeigte Korrelation zwischen Größe und Altersprofil des Migrationsstroms untersuchen zu können, wird eine Regressionsanalyse der Beziehungen der Parameter untereinander und mit der Größe des Stroms durchgeführt. Die erste betrachtete Beziehung liegt direkt auf der Hand und folgt bereits aus der Definition der Gompertz-Funktion: die zwischen dem Niveauparameter  $A_{grt}$  und der Gesamtgröße des Stroms. Letztendlich erweist sich diese Beziehung als unmittelbar linear mit der folgenden Regressionsgleichung:

$$A_{grt} = \alpha_{1gr} + \alpha_{2gr} \cdot N_{grt}$$

Als schwieriger erweisen sich die Beziehungen der beiden Strukturparameter. Es besteht zwar eine in Regressionen hoch signifikante und einfach zu modellierende Korrelation zwischen  $b_{grt}$  und  $A_{grt}$  sowie zwischen  $c_{grt}$  und  $b_{grt}$ , allerdings stammen alle drei Parameter aus derselben Schätzung, wodurch die statistische Unabhängigkeit der Fehlerterme bei diesen Regressionen nicht mehr gewährleistet wäre. Auch die empirisch beobachtete Beziehung zwischen Größe und Altersstruktur der Ströme legt eher einen direkten Zusammenhang der Parameter zur Größe des Stroms als der drei Parameter untereinander nahe. Also wird direkt die Beziehung zur Größe des Stroms und eines Zeitindizes untersucht, was zu komplexeren Regressionsgleichungen führt, aber dafür das Problem der Unabhängigkeit der Fehlerterme löst. Aus der grafischen Darstellung der Beziehungen der Parameter zu  $N_{grt}$  und zum Zeitindex  $t$  ergeben sich polynomiale Regressionsgleichungen. Der optimale Polynomgrad wird über die Signifikanzniveaus der einzelnen Polynomglieder sowie den Erklärungsgrad der gesamten Regressionsgleichung bestimmt. Für den Parameter  $b_{grt}$  ergibt sich folgende Regressionsgleichung, die die Beziehung am besten beschreibt:

$$b_{grt} = \beta_{1gr} + \beta_{2gr} \cdot t + \beta_{3gr} \cdot \frac{1}{N_{grt}^2}$$

Für den Parameter  $c_{grt}$  muss eine Gleichung vierten Grades verwendet werden, da der Zusammenhang nur damit hinreichend gut beschrieben werden kann:

$$c_{grt} = \gamma_{1gr} + \gamma_{2gr} \cdot t + \gamma_{3gr} \cdot \frac{1}{N_{grt}^2} + \gamma_{4gr} \cdot \frac{1}{N_{grt}^3} + \gamma_{5gr} \cdot \frac{1}{N_{grt}^4}$$

KOEFFIZIENT/STROM	IMMIGR. (M)	IMMIGR. (F)	EMIGR. (M)	EMIGR. (F)
$\alpha_1$	-1.322e+03	-5.182e+03 ***	-9.547e+02	-1.098e+03
$\alpha_2$	1.016e+00 ***	1.014e+00 ***	1.016e+00 ***	1.009e+00 ***
$\beta_1$	-4.148e+02 ***	-3.520e+02 ***	-1.516e+02 *	-4.086e+02 ***
$\beta_2$	2.113e-01 ***	1.782e-01 ***	8.163e-02 *	2.067e-01 ***
$\beta_3$	2.689e+11 *	2.467e+11 **	-9.258e+10	8.864e+10 *
$\gamma_1$	1.473e+00 ***	2.019e+00 ***	1.474e-03	1.764e+00 ***
$\gamma_2$	-2.876e-04 **	-5.488e-04 *	3.336e-04 **	-6.345e-04 ***
$\gamma_3$	3.720e+10 *	1.221e+10	2.926e+11 **	1.714e+11 .
$\gamma_4$	-2.555e+16 *	-7.353e+15	-1.706e+17 **	-5.792e+16 .
$\gamma_5$	4.770e+21 *	1.070e+21	2.778e+22 **	5.461e+21 .

Tabelle 1: Koeffizienten und Signifikanzniveaus der Schätzungen der Parameterbeziehungen (Quelle: eigene Berechnungen)

Tabelle 1 zeigt, dass ein Großteil der Parameter in den drei Regressionsgleichungen für alle vier Ströme außer männlicher Emigration sehr gute Signifikanzniveaus erreichen. Aber auch bei der männlichen Emigration sind die Signifikanzniveaus ausreichend. Der Erklärungsgrad (Adjusted  $R^2$ ) ist durchgängig ebenfalls sehr hoch: bei  $A_t$  mit jeweils 100 %, bei  $b_t$  mit 90 % bei den männlichen Zuzügen, 90 % bei den weiblichen Zuzügen und 91 % bei den weiblichen Fortzügen; bei  $c_t$  mit 72 % bei den männlichen Zuzügen, 79 % bei den weiblichen Zuzügen und 76 % bei den weiblichen Fortzügen. Nur bei den männlichen Fortzügen ist er bei  $b_t$  mit 17 % und bei  $c_t$  mit 51 % erheblich niedriger. Dies liegt in dort auftretenden Sondereffekten begründet, die die nur gering ausgeprägten Schwankungen von Größe und Altersstruktur überlagern. Da bei den Fortzügen, wie in Abbildung 1 zu sehen war, nur sehr geringe Schwankungen in der Größe des Stroms vorliegen, und da auch die Sondereffekte bei der Altersstruktur nur sehr klein sind, ist der schlechtere Erklärungsgrad für die Verwendung der Schätzungen unproblematisch. Insgesamt sind die Ergebnisse dieser Schätzungen eine klare Bestätigung für den vermuteten Zusammenhang zwischen der Größe der Ströme und ihrer Altersstruktur.

### 3.3 Die Arbeitsmarktpartizipation nach Alter und Aufenthaltsdauer

Die dritte in diesem Projekt untersuchte Regularität stellt die Korrelation zwischen Alter und Aufenthaltsdauer und der Arbeitsmarktpartizipation von ImmigrantInnen dar. Diese Korrelation beschreibt den Integrationsprozess von ImmigrantInnen in den deutschen Arbeitsmarkt. Zu ihrer Untersuchung wird in diesem Projekt eine Sonderauswertung des Mikrozensus verwendet, die das Statistische Bundesamt für den Lehrstuhl erstellt hat (Destatis 2016). Diese Sonderauswertung enthält aggregiert den Arbeitsmarktstatus der ImmigrantInnen nach Aufenthaltsdauer und Einzelaltersjahren für das Jahr 2015. Geschlechterunterschiede werden dagegen mittels linearer Regression aus der amtlichen Migrantenauswertung des Mikrozensus mit ImmigrantInnen nach Arbeitsmarktstatus, Altersgruppe, Aufenthaltsdauer und Geschlecht ermittelt. Durch die Regression werden Gender-Koeffizienten berechnet, die eine Umrechnung zwischen Männern und Frauen ermöglichen. Beide Informationen werden anschließend verwendet, um für ImmigrantInnen in den ersten fünf Jahren ihres Aufenthalts die Arbeitsmarktpartizipation anzupassen, die für Durchschnittspersonen vom Arbeitsmarktmodul des Simulationsmodells berechnet wird. Die Anpassung geschieht mit Hilfe von Gewichtungsfaktoren, die nach dem Alter, dem Geschlecht

und der Aufenthaltsdauer unterscheiden. Diese werden dann mit den Partizipationsraten einer durchschnittlichen einheimischen Person vom selben Alter und Geschlecht multipliziert:

$$P_{Ixjg} = P_{Exg} \cdot \Delta_{xj} \cdot \kappa_{\xi jg}$$

Hier bezeichnet  $P_{Ixjg}$  die Partizipationsrate eines Immigranten/einer Immigrantin vom Alter  $x$  und Geschlecht  $g$  mit einer Aufenthaltsdauer von  $j$  Jahren,  $P_{Exg}$  die Partizipationsrate eines/einer Einheimischen vom selben Alter und Geschlecht,  $\Delta_{xj}$  den Gewichtungsfaktor nach Alter und Aufenthaltsdauer und  $\kappa_{\xi jg}$  den Gender-Koeffizienten nach Altersgruppe  $\xi$  (in 5-Jahres-Schritten), Aufenthaltsdauer und Geschlecht. Bei der Berechnung der Gewichtungsfaktoren und Gender-Koeffizienten muss die Annahme getroffen werden, dass sie im Zeitverlauf konstant bleiben. Die Arbeitslosenrate wird für ImmigrantInnen in den ersten fünf Jahren ebenso wie die Partizipationsraten mittels Gewichtungsfaktoren nach Aufenthaltsdauer angepasst, die ebenfalls aus der Sonderauswertung des Statistischen Bundesamtes (Destatis 2016) berechnet werden. Auch bei ihnen muss die Annahme getroffen werden, dass sie in der Zukunft konstant bleiben. Mit diesen Annahmen hängt die Arbeitsmarktpartizipation von ImmigrantInnen insgesamt hauptsächlich von der Alters-/Geschlechtsstruktur und der Größe der Immigranten-Kohorten ab.

### 3.4 Konstruktion der Szenarien

Aus den drei in den vorherigen Kapiteln identifizierten Regularitäten wird ein Szenario konstruiert, das realistische Annahmen für die zukünftige Entwicklung der Migration in Deutschland enthält. Dieses Szenario (Szenario 1) wird zunächst durch eine Fortschreibung des Migrationsaldos, wie sie in Kapitel 3.1 beschrieben ist, definiert. Der Mittelwert des Saldos, um den die Migrationswellen schwanken, wird auf ca. 245.000 festgesetzt. Dieser Wert wird anschließend mit einer Cosinuswelle multipliziert, die eine Frequenz von 15 Jahren und eine Amplitude von 245.000 in beide Richtungen aufweist. Anschließend wird für die männlichen und weiblichen Fortzüge mittels einer Standard-ARIMA (1,2)-Zeitreihenprojektion jeweils ein Verlauf für die Größe des Stroms prognostiziert, was aufgrund der geringen Schwankungen in der Vergangenheit einen nahezu konstanten Verlauf in der Zukunft bedeutet. Die übliche Annahme, dass eine Sockelwanderung vorliegt, bedingt, dass sich aus dem Migrationssaldo und der Größe der beiden Ströme der Fortzüge mittels eines fortgeschriebenen Geschlechterverhältnisses bei den Zuzügen die Größe der beiden Zuzugsströme ergibt. Aus den Größen der vier Migrationsströme ergeben sich dann mittels der Regressionen aus Kapitel 3.2 die Verläufe der Parameter für die Gompertz-Funktionen.

Durch die Umrechnung der Gompertz-Funktionen in Altersprofile mittels der relativen Fehlerprofile ergibt sich aus dem Migrationssaldo letztendlich vollständig die Immigration und Emigration jedes Jahres nach Alter und Geschlecht, mit Altersprofilen, die mit der Größe des Migrationssaldos alternieren. Die dritte Regularität bestimmt daraus schließlich, wie sich die ImmigrantInnen in den ersten fünf Jahren auf dem Arbeitsmarkt von der einheimischen Bevölkerung unterscheiden.

Um die Unterschiede, die dieses Szenario gegenüber herkömmlichen Szenarien bei den Kenngrößen der GRV bewirkt, herauszuarbeiten, wird anschließend ein solches herkömmliches Referenzszenario konstruiert. Dieses wird ebenfalls über den Migrationssaldo definiert, der dauerhaft auf dem konstanten Wert von 245.000 verbleibt. Für die Fortzüge wird der identische Verlauf wie in Szenario 1 angenommen, woraus sich die nahezu konstante Größe der Zuwanderungsströme ergibt. Die zweite Regularität kann beibehalten werden, da durch den Zusammenhang zwischen Größe der Ströme und ihrer Altersstruktur in diesem Szenario auch letztere konstant bleibt, wie es in herkömmlichen Szenarien üblich ist. Abbildung 6 zeigt die Bevölkerungsgröße in beiden Szenarien.

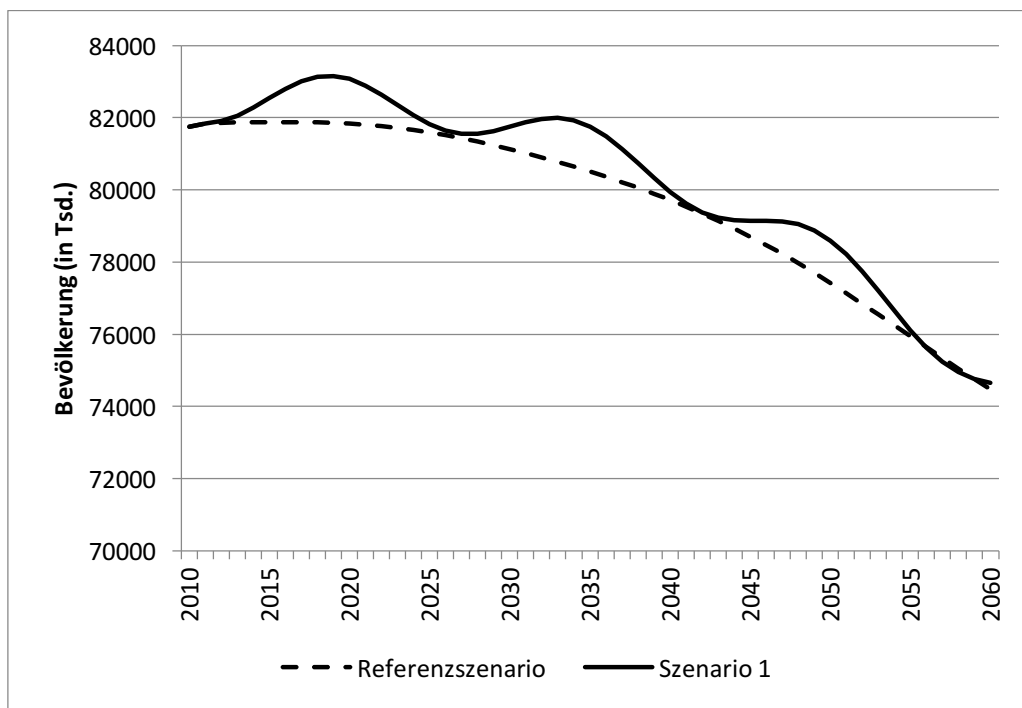


Abbildung 6: Bevölkerungsgröße in den beiden Szenarien (Quelle: eigene Berechnungen)

#### 4. Das Makro-Projektionsmodell

Das für diesen Beitrag verwendete Makro-Projektionsmodell ist eine Weiterentwicklung des Modells, das in Vogt (2017a), Vogt (2017b), Vogt/Althammer (2016) und Vogt/Althammer

(2015) verwendet wurde. Es besteht aus vier Teilen: einer vollständigen Bevölkerungsprojektion, einer Fortschreibung der Arbeitsmarktpartizipation und Arbeitslosigkeit, einem makroökonomischen Wachstumsmodell sowie einer detaillierten Projektion der Budgets der gesetzlichen Rentenversicherung. Das Modell ist überwiegend deterministisch und partialanalytisch, wie dies bei den meisten Projektionsmodellen der GRV in Deutschland wie z. B. bei Werding (2011) oder bei Holthausen et al. (2012) üblich ist. Die folgende Modelldokumentation basiert zu einem großen Teil auf Vogt (2017b).

#### 4.1 Bevölkerungsprojektion

Die Bevölkerungsprognose ist als rein deterministischer und exogen induzierter Prozess modelliert und basiert auf der Kohorten-Komponenten-Methode, genauer der Technik der Leslie-Matrizen (vgl. Caswell 2001). Die einheimische Population wird dabei durch die Multiplikation mit alters- und geschlechtsspezifischen Überlebens- und Fertilitätsraten in das Folgejahr projiziert, was bei einer nach Geschlecht und Alter getrennten Leslie-Matrix folgendermaßen aussieht:

$$\begin{pmatrix} 0 & f_{0mt} & 0 & f_{1mt} & \dots & 0 & 0 & f_{100mt} \\ 0 & f_{0wt} & 0 & f_{1wt} & \dots & 0 & 0 & f_{100wt} \\ p_{0mt} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{0ft} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{99ft} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{0mt} \\ n_{0wt} \\ \dots \\ n_{100mt} \\ n_{100wt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_{0m(t+1)} \\ n_{0w(t+1)} \\ \dots \\ n_{100m(t+1)} \\ n_{100w(t+1)} \end{pmatrix}$$

Dabei bezeichnet  $f_{xg\tau}$  die Fertilitätsrate von Frauen im Alter  $x$  und mit dem resultierenden Geschlecht des Kindes  $g$  zum Zeitpunkt  $\tau$ ,  $p_{xg\tau}$  die Überlebensrate von Personen im Alter  $x$  mit Geschlecht  $g$  zum Zeitpunkt  $\tau$  und  $n_{xg\tau}$  die Anzahl an Personen im Alter  $x$  mit Geschlecht  $g$  zum Zeitpunkt  $\tau$ . Auf der individuellen Ebene repräsentieren diese Raten Überlebens- bzw. Fertilitätswahrscheinlichkeiten, während sie auf aggregierter Ebene durch das Gesetz der großen Zahlen zu festen Verhältnissen werden, die beschreiben, für welchen Prozentsatz der Bevölkerung ein solches Ereignis wie Geburt oder das Weiterleben im Folgejahr eintritt.

Für die Überlebenswahrscheinlichkeiten wird angenommen, dass sie nicht konstant bleiben, sondern in Zukunft weiter ansteigen. Zu ihrer Projektion wird die Methode von Bomsdorf/Trimborn (1992) verwendet, die eine Variante der Lee-Carter-Methode ist, welche auf die deutschen Besonderheiten angepasst wurde (vgl. Babel et al. 2008). Sie nutzt eine Regression des Logarithmus der Sterberaten nach Alter/Geschlecht auf einen Zeitindex:

$$\ln q_{xgt} = a_{xg} + b_{xg} \cdot t$$

Dabei bezeichnet  $q$  die Sterberate,  $x$  das Alter,  $g$  das Geschlecht und  $t$  das Jahr. Ergebnis der Projektion ist ein Anstieg der Lebenserwartung um fünf Jahre bei Frauen und sechs Jahre bei Männern von 2010 bis 2060.

Für die Fertilität wird auf eine übliche Spezifikation zurückgegriffen, die beispielsweise auch bei Holthausen et al. (2012) verwendet wird. In jeder Altersklasse wird die spezifische Fertilitätsrate konstant auf dem Niveau von 2010 gehalten, so dass die *total fertility rate* bei dem Wert von 1,4 von 2010 verbleibt.

Die Modellierung der Migration im Demografiemodul des Modells wird komplett von den in Kapitel 3 beschriebenen Szenarien eingenommen. Bezüglich der Rentenansprüche von EmigrantInnen wird die Annahme getroffen, dass sie diese bei der Auswanderung vollständig einbüßen. Als wesentliche Veränderung gegenüber Vogt/Althammer (2016) ist zu nennen, dass in diesem Projekt die ImmigrantInnen zusätzlich zu ihrer Inklusion in den Bevölkerungsvektor jedes Jahres zusätzlich noch in einer separaten Matrix nach Alter/Geschlecht und Aufenthaltsdauer geführt werden. Damit können sämtliche Regularitäten und Annahmen berücksichtigt werden.

Die Daten zur Initialisierung des Startjahres der Projektion stammen aus der Bevölkerungsbestandsstatistik von 2010 sowie Sterbetafeln von 1975 bis 2010 sowie den Bevölkerungsbewegungen 2010 und den Wanderungen 1991–2010 des Statistischen Bundesamtes. Die Resultate stimmen mit der Literatur wie Holthausen et al. (2012) und ebenso mit der 12. Koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamtes überein, wie bereits in Vogt/Althammer (2016) gezeigt wurde.

#### 4.2 Arbeitsmarktpartizipation

Die Arbeitsmarktpartizipation wird in drei Schritten modelliert. Das Modul folgt dabei einer modifizierten Version des Ansatzes von Burniaux et al. (2004) zur Projektion alters-/geschlechtsspezifischer Partizipationsraten. Es verwendet Eintrittsraten in den Arbeitsmarkt bzw. oberhalb eines Grenzalters Austrittsraten aus dem Arbeitsmarkt, um die Partizipationsraten ins Folgejahr fortzuschreiben. Die Eintritts- und Austrittsraten werden in einem unechten Kohortenansatz aus Tabellen der Partizipationsraten von 2005 bis 2011 aus den offiziellen Erwerbspartizipationsstatistiken des Mikrozensus des Statistischen Bundesamtes berechnet. Sie stellen eine Übergangsrate dar, die beschreibt, wie sich aus dem Anteil der Erwerbspersonen an der Gesamtbevölkerung in einer Alters-/Geschlechtsklasse in einem Jahr der Anteil der Erwerbspersonen an der Gesamtbevölkerung in der nächstälteren



Alters-/Geschlechtsklasse des Folgejahres ergibt. Von einem unechten Kohortenansatz spricht man deswegen, weil die Raten nicht innerhalb einer Kohorte zwischen zwei Jahren bestimmt werden, sondern innerhalb eines Jahres zwischen zwei benachbarten Altersklassen. Der Fehler ist laut Burniaux et al. (2004) vernachlässigbar, solange sich die beiden benachbarten Kohorten nicht völlig unterschiedlich verhalten. Von den Eintritts- und Austrittsraten wird in jeder Altersklasse der Durchschnitt gebildet. Mit diesen durchschnittlichen Eintritts- bzw. Austrittsraten in den/aus dem Arbeitsmarkt werden aus den Erwerbsquoten jedes Simulationsjahres die Erwerbsquoten des Folgejahres berechnet. Unterhalb einer Altersgrenze geschieht dies mit Hilfe der Eintrittsraten und oberhalb dieser Grenze mit den Austrittsraten. Die Grenze selbst bestimmt sich als die Altersklasse, oberhalb derer die Eintrittsraten überall null sind.

Für die Eintritts- und Austrittsraten wird angenommen, dass sie nicht konstant sind, sondern sich jährlich verändern. Sie werden durch einen gegenüber Burniaux et al. (2004) leicht modifizierten Algorithmus fortgeschrieben, der Trends der Vergangenheit fortführt, bspw. den sich verzögernden Eintritt jüngerer Kohorten in den Arbeitsmarkt oder die auf einen immer größeren Zeitraum verteilte Unterbrechung der Karriere zur Geburt von Kindern. Sie werden aber auch an Änderungen des offiziellen Renteneintrittsalters und darauf reagierende Verhaltensänderungen angepasst. Da die Regelungen, die die Flexibilität des Renteneintrittsalters betreffen, bei dessen Anhebung überwiegend direkt in höhere Altersklassen verschoben werden, wird angenommen, dass das Renteneintrittsverhalten unmittelbar in der Nähe der Grenze sich parallel zu dieser in höhere Altersklassen verschiebt. Zwischen dem frühestmöglichen Renteneintrittsalter und der unmittelbaren Umgebung des Regeleintrittsalters dagegen wird angenommen, dass das Eintrittsverhalten sich in gewissem Ausmaß streckt, also mit einer geringeren Geschwindigkeit in ältere Altersgruppen wandert als das Regeleintrittsalter.

Im zweiten Schritt werden die Partizipationsraten von ImmigrantInnen an deren Aufenthaltsdauer in ihren ersten fünf Jahren in Deutschland angepasst, wie dies in Kapitel 3.1 beschrieben wird. Mit diesen Partizipationsraten werden zum einen die Erwerbspersonen in der Gesamtbevölkerung berechnet und zum anderen separat diejenigen Erwerbspersonen, die ImmigrantInnen in ihren ersten fünf Aufenthaltsjahren sind.

Im dritten Schritt werden die Arbeitslosen und Erwerbstätigen innerhalb der Erwerbspersonen berechnet. Die Arbeitslosenrate wird als exogen angenommen und folgt

dem gleichen Szenario wie in Vogt/Althammer (2016) mit einem linearen Rückgang von 7,7 % im Jahr 2010 auf 5 % im Jahr 2020 und dann einem konstanten Wert von 5 % nach 2020. Dieses Szenario wurde vom Sachverständigenrat Wirtschaft als plausibel eingestuft (vgl. Werding 2011). Für ImmigrantInnen wird diese Arbeitslosenrate in den ersten fünf Jahren des Aufenthalts nach Aufenthaltsdauer angepasst und so verändert bei der Berechnung von Arbeitslosen und Erwerbstätigen unter den ImmigrantInnen eingesetzt.

#### 4.3 Makroökonomisches Wachstumsmodell

Die gesamte Volkswirtschaft wird mittels eines Solow-Swan-Wachstumsmodells modelliert. Als Produktionsfunktion wird eine Cobb-Douglas-Funktion mit zwei Typen von Inputs – Kapital und Humankapital – verwendet:

$$Y_t = A_t \cdot K_t^\alpha \cdot (h_t \cdot L_t)^{1-\alpha}$$

Dabei steht  $Y$  für die Bruttowertschöpfung,  $A$  für die totale Faktorproduktivität,  $K$  für den Kapitalstock,  $h$  für einen Humankapitalqualitätsindex,  $L$  für den Humankapitalstock,  $\alpha$  für die partielle Produktionselastizität des Faktors Kapital und  $t$  für die Zeit. Die totale Faktorproduktivität wächst dabei mit einer konstanten Wachstumsrate. Der Humankapitalbestand ist mit dem Qualitätsindex  $h$  gewichtet, der ebenfalls mit einer konstanten jährlichen Wachstumsrate wächst. Die Projektionsgleichung für den Kapitalstock ist mit einer konstanten Sparquote  $s$  und einer konstanten Abschreibungsrate  $\delta$  modelliert:

$$K_t = (1 - \delta) \cdot K_{t-1} + s \cdot Y_{t-1}$$

Die zwei Zielvariablen des makroökonomischen Moduls, die im restlichen Modell verwendet werden, sind die Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität, von der angenommen wird, dass sie der Wachstumsrate der Durchschnittsbruttolöhne entspricht, und das Wachstum des Bruttoinlandsproduktes. Die Kalibrierungsdaten für das Modul stammen aus der ifo Produktivitätsdatenbank und sind Werding/Hofmann (2008) entnommen. Die Ergebnisse stimmen mit der Literatur wie in Werding (2011) oder Holthausen et al. (2012) überein. Diese Vorgehensweise stellt eine Standardvorgehensweise in vergleichbaren Modellen dar. Sie hat den Vorteil gegenüber einem allgemeinen Gleichgewichtsmodell, dass nicht zur Wahrung der Berechenbarkeit des gesamten Modells die detaillierte Modellierung der GRV eingeschränkt werden muss.

#### 4.4 Modell der Budgets der GRV

Das Rentenversicherungsmodul führt eine detaillierte Berechnung der Einnahmen und Ausgaben der gesetzlichen Rentenversicherung in Deutschland durch. Es folgt demselben

Ansatz wie in Vogt/Althammer (2016), Vogt (2017a) und Vogt (2017b) und besteht aus den folgenden Schritten:

Im ersten Schritt werden die Erwerbstätigen und Arbeitslosen weiter untergliedert in Selbstständige, Beamte, Angestellte und Arbeiter bzw. Bezieher von ALG I und ALG II, wobei der Durchschnitt ihres jeweiligen Anteils (gegliedert nach Alter) an den Erwerbstätigen bzw. Arbeitslosen von 1991 bis 2011 dem Mikrozensus entnommen und dann bis 2060 als konstant angenommen wird. Daraus werden dann die Rentenversicherten, untergliedert in Selbstständige kraft Gesetz, Selbstständige auf Antrag, versicherungspflichtig Beschäftigte, Empfänger von Arbeitslosengeld, geringfügig Beschäftigte mit Optierung für eine Versicherung sowie freiwillig Versicherte an diesen Erwerbstätigen- und Arbeitslosengruppen aus derselben Zeitspanne der Vergangenheit gemittelt und dieser Durchschnitt dann ebenfalls für den Projektionszeitraum konstant gehalten. Die Daten für diese Versichertengruppen stammen aus der Versichertenstatistik der Deutschen Rentenversicherung.

Als zweiter Schritt muss für jedes Simulationsjahr die Anzahl der Rentner berechnet werden. Dazu ist es zunächst erforderlich, die Quoten der Versicherten im Verhältnis zur Gesamtbevölkerung in jeder Altersklasse zu berechnen. Anschließend werden daraus die Rentnerquoten errechnet. Unterhalb des Renteneintrittsalters werden sie aus dem Rückgang der Versichertenquoten ab dem Alter von 50 Jahren abgeleitet. Ab dem Renteneintrittsalter werden sie aus der Differenz zwischen 1 und den Versichertenquoten gebildet. Aus den Rentnerquoten und den Bevölkerungszahlen ergibt sich die Anzahl der Rentner jeder Altersklasse.

Anschließend erfolgt ein vollständiges Protokollieren der durchschnittlichen Entgeltpunktebiografie jeder Kohorte. Dazu wird ein relatives Lohn-Altersprofil verwendet, das aus Daten der DRV Bund entnommen ist. Es wird für die gesamte Projektion als konstant angenommen. Wie bereits in Kapitel 4.3 beschrieben, wird weiter angenommen, dass das Wachstum der Durchschnittsbruttolöhne dem Wachstum der Arbeitsproduktivität entspricht. Für jede Kohorte und jedes Jahr werden zunächst die Entgeltpunkte berechnet, die ein durchschnittliches Mitglied in diesem Jahr aus versicherter Beschäftigung akkumuliert ( $EP_{1e}$ ):

$$EP_{1e}(k, a) = rDE_{x=a-k} \cdot \frac{vB_{k,a}}{\max_{b=k\dots a} V_{k,b}}$$

Dabei bezeichnet  $k$  das Geburtsjahr der Kohorte,  $a$  das aktuelle Jahr,  $vB$  die versichert Beschäftigten,  $V$  die insgesamt Versicherten, und  $rDE$  das relative durchschnittliche versicherungspflichtige Entgelt, das im Alter  $x$  verdient wird. Maßgeblich ist dabei nicht das

Verhältnis zwischen versichert Beschäftigten und Versicherten des jeweiligen Jahres, sondern zwischen versichert Beschäftigten und dem Maximum der in den Jahren vom Geburtsjahr bis zum aktuellen Jahr insgesamt Versicherten in der Kohorte. Dies hat den Grund, dass ansonsten für ein durchschnittliches Kohortenmitglied angenommen würde, dass es vom Alter 15 bis zum Renteneintritt durchgängig Beiträge zahlen würde. Das ist allerdings unrealistisch, weshalb durch die veränderte Berechnung auch Unterbrechungen oder ein späterer Beginn des Erwerbslebens in die Durchschnittsbildung der Versichertenbiografien mit eingerechnet werden. Ebenfalls wird dadurch in den Durchschnitt mit eingerechnet, dass manche Kohortenmitglieder bereits früher in Rente gehen und somit nur noch ein kleinerer Teil der Kohortenmitglieder weitere Entgeltpunkte erwirbt. Dies ist für den dritten Schritt der Berechnung relevant, da der Effekt des früheren Renteneintritts mancher Kohortenmitglieder auf das weitere Wachstum der Entgeltpunkte eines durchschnittlichen Kohortenmitglieds in diesem ansonsten separat berechnet werden müsste. Für die aus Arbeitslosigkeit akkumulierten Entgeltpunkte eines durchschnittlichen Kohortenmitglieds gilt abweichend die folgende Formel (wobei  $vA$  für die versicherten Arbeitslosen steht):

$$EP_{1a}(k, a) = 0,8 \cdot rDE_{x=a-k-1} \cdot \frac{vA_{k,a}}{\max_{b=k \dots a} V_{k,b}}$$

Daraufhin findet eine Aufsummierung der Entgeltpunkte jeder Kohorte von Jahr zu Jahr statt, wobei vom Geburtsjahr an in jedem Jahr die durchschnittlich neu hinzugewonnenen Entgeltpunkte zu den bis zum Vorjahr insgesamt erreichten Entgeltpunkten addiert werden:

$$EP_2(k, a) = \sum_{b=k}^a EP_{1e}(k, b) + EP_{1a}(k, b)$$

Dabei werden auch die durchschnittlich bei Erwerbstätigkeit und beim Bezug von Arbeitslosengeld erreichten Entgeltpunkte addiert. Außerdem werden in diesem zweiten Schritt Entgeltpunkte, die bereits vor dem Startjahr des Modells erworben wurden, hinzugefügt und ebenfalls mit aufsummiert. Dabei werden ostdeutsche Entgeltpunkte, die aufgrund des unterschiedlichen Berechnungsverfahrens in West- und Ostdeutschland einen anderen Wert haben, in westdeutsche Entgeltpunkte umgerechnet und anschließend in den Kohorten ein Durchschnitt zwischen west- und ostdeutschen erworbenen Entgeltpunkten gebildet. Schließlich müssen noch Entgeltpunkte für Kindererziehungszeiten berücksichtigt werden. Für diese wird vereinfachend angenommen, dass sie grundsätzlich von der Mutter in Anspruch genommen werden. Somit kann die Anzahl an Kindern, die von einer Kohorte pro Frau geboren werden, direkt mit der sich durchschnittlich pro Kind ergebenden

Entgeltpunktezahll multipliziert werden und anschließend zur Entgeltpunktesumme bei den Frauen addiert werden.

Der dritte Schritt beinhaltet zunächst eine Ermittlung, wie viele Menschen in welcher Kohorte in welchem Jahr und damit in welchem Alter in die Rente eintreten. Daraus wird berechnet, welchen durchschnittlichen Zugangsfaktor die Rentner jedes Alters in jeder Kohorte haben. Ab dem gesetzlichen Regelrenteneintrittsalter bleibt dieser innerhalb einer Kohorte gleich. Anschließend wird für die Erwerbsminderungsrentner die Entgeltpunktezahll nach dem im Sozialgesetzbuch (SGB) VI beschriebenen Verfahren angehoben. Ansonsten werden die Entgeltpunktesummen der jeweiligen Altersklasse direkt mit dem in dieser Kohorte und dieser Altersklasse gültigen durchschnittlichen Zugangsfaktor multipliziert, woraus sich die für die Rentenhöhe maßgeblichen Entgeltpunkte ergeben. Dies gilt allerdings nur für diejenigen Kohorten, deren Mitglieder im Startjahr noch keine Rentner sind. Für die übrigen Kohorten wird aus dem durchschnittlichen Zahlbetrag nach Altersklassen aus der Rentenbestandsstatistik der Deutschen Rentenversicherung für das Startjahr 2010 der für die Rentenzahlung maßgebliche Entgeltpunktstand ermittelt und in die Entgeltpunkttestatistik des Modells integriert. Dies geschieht getrennt nach Altersrenten und Erwerbsminderungsrenten.

Differenzen innerhalb der Kohorten, wie ein unterschiedlicher Verrentungszeitpunkt, ein unterschiedlicher Zeitpunkt des Eintritts ins Arbeitsleben, Zeiten der Inaktivität oder Arbeitslosigkeit sowie Immigration oder Emigration, werden bei der Berechnung der durchschnittlichen persönlichen Entgeltpunkte und Zugangsfaktoren jeder Kohorte also berücksichtigt. Dagegen muss Einkommensheterogenität innerhalb der Kohorten aufgrund der Komplexität ihrer Modellierung unberücksichtigt bleiben.

Im nächsten Schritt wird eine iterative jährliche Berechnung der Beiträge und der Rentenausgaben durchgeführt. Der aktuelle Rentenwert wird nach der Formel, die im SGB VI definiert ist, fortgeschrieben, wobei auch die sogenannte „Rentengarantie“ berücksichtigt wird. Rentenausgaben für Altersrenten und Erwerbsminderungsrenten sowie die meisten anderen Rentenarten werden aus den kohortenspezifischen durchschnittlichen persönlichen Entgeltpunkten und dem aktuellen Rentenwert direkt berechnet. Die anteiligen Beiträge zur Krankenversicherung der Rentner werden mit dem maßgeblichen Beitragssatz aus den Rentenzahlungen für Alters- und Erwerbsminderungsrenten ermittelt. Für die Hinterbliebenenrenten sowie für die Verfahrens- und Verwaltungsausgaben werden die

Ausgaben nicht direkt berechnet, sondern die bisherigen Ausgaben ins Folgejahr fortgeschrieben. Die Einnahmen aus allen nicht beitragsfinanzierten Quellen, insbesondere die Bundeszuschüsse, werden mit den im SGB VI definierten Formeln ermittelt, bevor die Gesamtsumme an beitragspflichtigen Einkommen berechnet wird. Schlussendlich wird der Beitragssatz so festgelegt, dass das Budget für das Jahr geschlossen wird. Die Daten dieser Berechnungen entstammen der Statistik der Deutschen Rentenversicherung Bund bzw. den maßgeblichen Verordnungen.

Schlussendlich wird das Nettorentenniveau vor Steuern aus aktuellem Rentenwert, Beitragssatz, Durchschnitts-Bruttolohn und den exogen vorgegebenen Beitragssätzen der anderen Sozialversicherungen berechnet. Die exogenen Werte dieser Beitragssätze für die Zukunft werden von Prognosen des Sachverständigenrats Wirtschaft übernommen (vgl. Werding 2014).

Um die Unterschiede zwischen beiden Szenarien in einer einzigen Größe zeigen zu können, wird eine Berechnung durchgeführt, bei der zunächst das Referenzszenario gerechnet und anschließend dessen Verlauf des Nettorentenniveaus vor Steuern als Zielgröße festgesetzt wird, sodass für Szenario 1 berechnet wird, welcher Beitragssatz darin nötig wäre, um das Nettorentenniveau des Referenzszenarios zu erreichen.

Abbildung 7 zeigt, dass das Modell im Referenzszenario plausible Verläufe für Beitragssatz und Sicherungsniveau generiert, die mit der Literatur wie bspw. Werding (2014) oder Holthausen (2012) übereinstimmen.

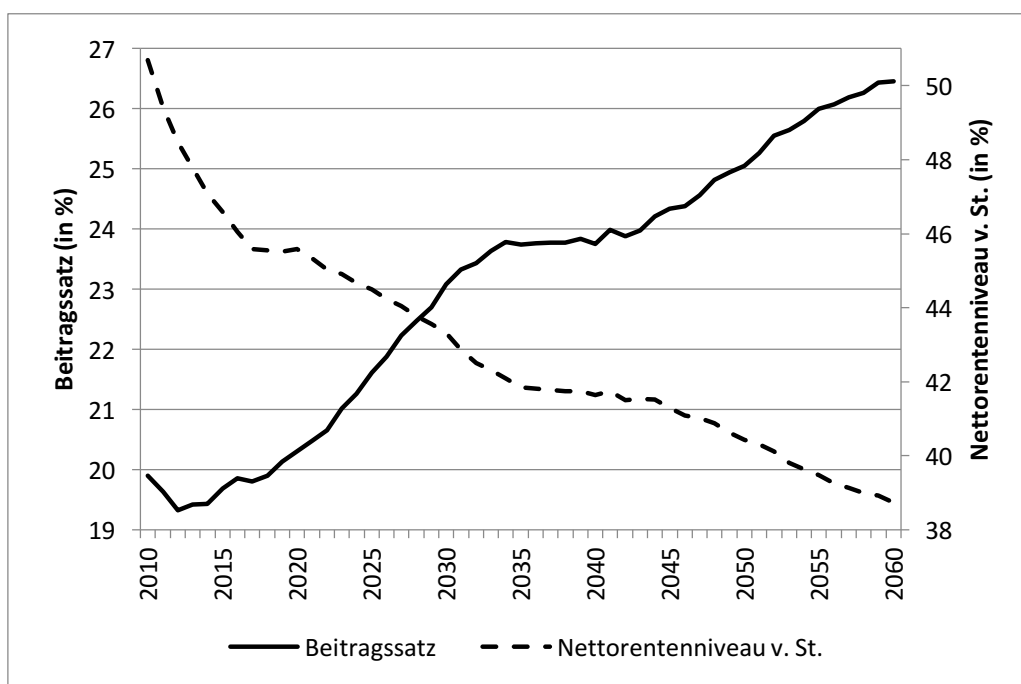


Abbildung 7: Kalibrierungsergebnisse im Referenzszenario (Quelle: eigene Berechnungen)

## 5. Ergebnisse

Die mit den zyklischen Schwankungen des Migrationssaldos verbundenen Veränderungen der Altersstruktur der MigrantInnen wirken sich in einem umlagefinanzierten Alterssicherungssystem auf den Beitragssatz und auf das Nettorentenniveau vor Steuern aus. Um den Gesamteffekt dieser Veränderungen möglichst transparent darzustellen, wird die Entwicklung des Nettorentenniveaus vor Steuern auf jene Werte gesetzt, die sich im Referenzszenario ergeben würden. Damit schlagen sich die demografisch bedingten Veränderungen ausschließlich in der Höhe des Beitragssatzes nieder. Zur Verdeutlichung der Effekte wird zusätzlich die Veränderung dieses „modifizierten Beitragssatzes“ unter der Annahme ausgewiesen, dass sich der Migrationssaldo dauerhaft auf 50.000 zusätzliche Personen pro Jahr erhöht (Szenario 2). Die Ergebnisse dieser ergänzenden Berechnung sind in Abbildung 8 wiedergegeben. Wie die Abbildung zeigt, entlastet ein höherer Migrationssaldo unter den hier getroffenen Annahmen die Rentenversicherung mittelfristig, wobei die maximale Entlastung 35 Jahre nach dem unterstellten Anstieg des Migrationssaldos liegt und in etwa 0,35 Prozentpunkte des Beitragssatzes ausmacht. Aufgrund der Alterung der MigrantInnenpopulation und dem beginnenden Renteneintritt der MigrantInnen reduziert sich dieser Effekt ca. 40 Jahre nach der Zuwanderung.

Das Hauptresultat der Projektionen ist, dass der Unterschied zwischen Szenario 1 und dem Referenzszenario aus zwei Gründen hochgradig relevant ist, wie Abbildung 8 zeigt: Erstens weisen die Unterschiede ein systematisches Muster auf und zweitens sind sie von einer relevanten Größe. Abbildung 8 zeigt dabei die Differenz im Beitragssatz zwischen den beiden Szenarien mit dem festgesetzten Sicherungsniveau des Referenzszenarios.

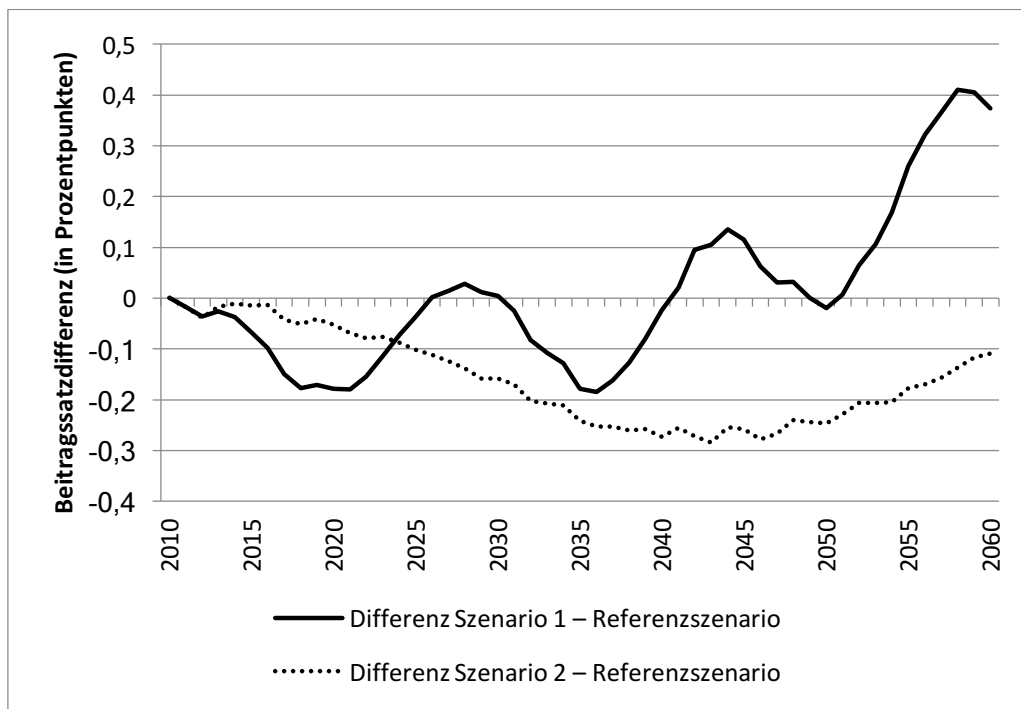


Abbildung 8: Unterschied zwischen den Szenarien im Beitragssatz bei einem standardisierten Nettorentenniveau vor Steuern  
(Quelle: eigene Berechnungen)

Das systematische Muster zeigt zunächst, dass der Einfluss von Szenario 1 kurzfristig zyklischer Natur ist. Es folgt den Hochpunkten und Tiefpunkten des Migrationssaldos mit einer Verzögerung von ca. fünf Jahren. Diese kurzfristigen Zyklen spiegeln die Ankunft der ImmigrantInnen auf dem Arbeitsmarkt und damit in der Menge der Beitragszahler wider. In der längeren Frist zeigt sich ein weiterer Zyklus, der durch eine Überlappung zustande kommt. Die Kurve weist einen sich verstärkenden Trend nach oben auf und erreicht bereits in ihrem ersten Hochpunkt Werte oberhalb von null, später bleibt sogar der dritte Tiefpunkt der Kurve in etwa bei null, während die Hochpunkte erheblich über null liegen. Zunächst sieht dies danach aus, als ob die große Zahl an ImmigrantInnen, die während der *peaks* des Migrationssaldos ankommen, die geringe Zahl, die während der *lows* ankommt, nicht ausgleichen können. Allerdings zeigt sich bei einer näheren Betrachtung, dass die Erklärung eine andere ist: Es handelt sich um den Effekt der Verrentung der in den Hochpunkten eingetroffenen großen Zahlen an ImmigrantInnen. Da zu diesen Zeitpunkten das gesamte absolute Altersprofil deutlich höher liegt als in den Tiefpunkten, ist der Effekt auf einen wesentlich längeren Zeitraum verteilt als der kurzfristige Effekt der Ankunft der ImmigrantInnen am Arbeitsmarkt. Dennoch fällt der Verrentungseffekt durch das steilere und damit stärker auf bestimmte Altersklassen konzentrierte Altersprofil stärker aus, als es der gegenteilige Effekt der Verrentung der *low*-Zuwanderer tun wird, der stärker zeitlich verteilt



sein wird. Dies wird wiederum dadurch abgemildert, dass die Kohorten, die zu einem hohen Anteil aus Hochpunkt-Zuwanderern bestehen, durch die zunächst niedrigere Arbeitsmarktpartizipation der ImmigrantInnen tendenziell eine deutlich fragmentiertere Verteilung der Entgeltpunkte (und auch durchschnittlich etwas niedrigere Entgeltpunktesummen) bei Renteneintritt aufweisen, während durch ihre große Zahl beim Renteneintritt das Wachstum des aktuellen Rentenwerts dennoch deutlich gedämpft wird. Schlussendlich nochmals verstärkt wird der Effekt allerdings dadurch, dass zum Zeitpunkt der Verrentung der Hochpunkt-ImmigrantInnen die gesamte Bevölkerung und insbesondere die Zahl der Beitragszahler bereits deutlich kleiner ist als zum Zeitpunkt ihrer Ankunft auf dem Arbeitsmarkt, wodurch ihr Verrentungseffekt so viel größer ist als ihr Arbeitsmarkteintrittseffekt. Dies verursacht die deutlich größere Auswirkung des langfristigen als die des kurzfristigen Zyklus.

Die hohe Relevanz der Größe der Resultate zeigt sich durch einen Vergleich mit dem Effekt, den eine große dauerhafte Abweichung bei der Größe des Migrationssaldos in einem konstanten Szenario hätte. Zum Vergleich wird das oben erwähnte Szenario 2 mit jährlich 50.000 zusätzlichen ImmigrantInnen herangezogen. Eine solche Abweichung entspricht etwa der halben Distanz zwischen den beiden Extremszenarien des Statistischen Bundesamtes in der 12. Koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung und ist somit als eine erhebliche Abweichung zu bezeichnen. Abbildung 8 zeigt, dass die Abweichung zwischen Szenario 1 und dem Referenzszenario in der Spitze höher ausfällt als zwischen Szenario 2 und dem Referenzszenario. Dies zeigt, dass die Effekte der drei Regularitäten in Szenario 1 eine sehr hohe Relevanz haben, insbesondere, da zwischen diesem Szenario und dem Referenzszenario keinerlei Differenz in der Gesamtzahl der insgesamt über den Projektionszeitraum zugewanderten ImmigrantInnen besteht, sondern nur eine andere zeitliche Verteilung sowie eine andere Altersstruktur und dadurch bedingt insgesamt eine andere Arbeitsmarktpartizipation der ImmigrantInnenpopulation.

## 6. Fazit

In diesem Bericht wurden zunächst drei hauptsächliche Regularitäten des Migrationsgeschehens in Deutschland diskutiert: die Wellenform des Migrationssaldos, die Korrelation zwischen Größe und Altersprofil eines jeden Migrationsstroms und die Korrelation zwischen Alter/Geschlecht und Aufenthaltsdauer und der Arbeitsmarktpartizipation von

ImmigrantInnen. Für die Wellenform des Migrationssaldos wurde ein Weg gefunden, seine beiden Haupteigenschaften – die annähernd konstante Frequenz und die sich innerhalb eines engen Rahmens bewegende Amplitude – über eine Cosinusfunktion hinreichend gut nachzubilden, um sie für die Zukunft fortzuschreiben zu können. Die Korrelation zwischen dem Niveau der Zuzüge und der Altersstruktur der Migrantinnen und Migranten konnte in einem mehrstufigen parametrischen Verfahren sehr exakt modelliert werden. Zunächst werden die jährlichen Altersprofile durch Gompertz-Funktionen parametrisch approximiert. Anschließend wird über transformiert lineare Regressionen die Beziehung zwischen den Parametern der Gompertz-Funktionen und dem Niveau der Zuzüge geschätzt. Die Koeffizienten dieser Schätzung sind durchgängig hochgradig signifikant. Für die dritte Regularität, die Korrelation zwischen Alter/Geschlecht, Aufenthaltsdauer und Arbeitsmarktpartizipation, werden Gewichtungsfaktoren geschätzt, die den Unterschied in der Erwerbspartizipation zwischen MigrantInnen und einheimischer Bevölkerung während der ersten fünf Jahre nach ihrer Ankunft abbilden. Aufgrund der eingeschränkten Datenlage musste unterstellt werden, dass die Gewichtungsfaktoren im Zeitverlauf konstant bleiben. Trotz dieser Einschränkung trägt die Modellierung dieser Faktoren zu einer verbesserten Projektion der zukünftigen finanziellen Entwicklung der GRV bei.

Aus diesen Regularitäten wurde anschließend ein Szenario (Szenario 1) gebildet, das all ihre relevanten Eigenschaften enthält. Es basiert auf einer Cosinuswelle für den Migrationssaldo, die mit der zuvor festgestellten Frequenz und einer ähnlichen Amplitude wie beim Migrationssaldo der Vergangenheit um einen identischen Durchschnittswert schwankt. Daraus ergeben sich indirekt die Verläufe der Stromgrößen von Immigration und Emigration nach Geschlecht, aus denen sich wiederum die Verläufe der Parameter der Gompertz-Funktionen und daraus die zukünftigen Altersprofile der Ströme ergeben. Daraus wiederum ergibt sich die Anzahl an MigrantInnen nach Alter/Geschlecht und Aufenthaltsdauer auf dem Arbeitsmarkt, woraus wiederum ihre Arbeitsmarktpartizipation berechnet wird. Zum Vergleich wird ein herkömmliches Referenzszenario gebildet, das denselben Durchschnittswert des Migrationssaldos aufweist, wobei letzterer jedoch den gesamten Projektionszeitraum hindurch konstant auf diesem Wert verbleibt. Dadurch bleibt auch die Altersstruktur konstant und die Arbeitsmarktpartizipation der gesamten Immigrationsbevölkerung verändert sich ebenfalls nicht zyklisch.

Der Unterschied zwischen beiden Szenarien in der langen Frist wird zur besseren Sichtbarkeit einzig in den Beitragssatz projiziert, indem das Nettorentenniveau vor Steuern des Referenzszenarios für Szenario 1 als Zielgröße standardisiert wird. So wird für letzteres Szenario der Beitragssatz ermittelt, der benötigt wird, um dieses Nettorentenniveau zu erreichen.

Die Auswirkung von Szenario 1 gegenüber dem Referenzszenario ist in zweifacher Hinsicht relevant: Zum einen zeigen sich zwei systematische, sich überlagernde zyklische Muster, wovon das kurzfristige durch den Eintritt der MigrantInnen in den Arbeitsmarkt im *peak* bzw. *low* der Migration verursacht wird, während das längerfristige zyklische Muster durch den Renteneintritt der zahlenmäßig stärker besetzten Migrationsjahrgänge verursacht wird. Zum anderen ist die Größe des Unterschieds im Beitragssatz zwischen beiden Szenarien erheblich. Sie entspricht in der Spitze etwa dem Unterschied, den ein konstantes Szenario mit 50.000 zusätzlichen jährlichen ImmigrantInnen gegenüber dem Referenzszenario ausmachen würde. Dies entspricht etwa der Hälfte der Distanz zwischen den beiden Extremszenarien der Migration in der 12. Koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamtes.

Insgesamt kann als Fazit gezogen werden, dass durch die Nichtberücksichtigung dieser Regularitäten in herkömmlichen Szenarien langfristiger Projektionen der GRV in Deutschland der Effekt von Immigration sowohl erheblich über- als auch unterschätzt wurde, je nachdem, welche Stelle im Zeitverlauf gerade untersucht wurde. Die kumulierten Effekte der drei Regularitäten sind erheblich und sie wechseln im Zeitverlauf das Vorzeichen, was eine einfache Korrektur der herkömmlichen Berechnungen unmöglich macht. Zukünftig besteht allerdings noch weiterer Forschungsbedarf: So muss noch genauer untersucht werden, ob und wie der Migrationssaldo mittels Zeitreihenverfahren präziser fortgeschrieben werden kann, und inwiefern eine Fortschreibung der Unterschiede in der Erwerbspartizipation zwischen ImmigrantInnen in ihren ersten Aufenthaltsjahren und Einheimischen möglich ist. Auch die Einführung weiterer Heterogenitäten unter ImmigrantInnen und Einheimischen wie z. B. bezüglich des Bildungsstandes oder des Einkommens ist notwendig, erfordert aber umfangreiche weitere Forschung. Damit ließe sich aber auch die Frage klären, ob es sinnvoll ist, ImmigrantInnen möglichst schnell in den Arbeitsmarkt zu integrieren, wodurch aber eventuell ihre Qualifikation nicht vollständig genutzt werden kann, oder ob es besser wäre,

sie zunächst weiterzuqualifizieren, damit sie dann unter vollständiger Nutzung ihrer Qualifikation in den Arbeitsmarkt einsteigen können.

## Literaturverzeichnis

Aretz, B., Christofzik, D., Scheuring, U. und Werding, M. (2016), Auswirkungen der Flüchtlingsmigration auf die langfristige Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen, Arbeitspapier 06/2016, Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung.

Babel, B., Bomsdorf, E. und Schmidt, R. (2008), Forecasting German mortality using panel data procedures, *Journal of Population Economics*, 21, S. 541–555.

Bahnsen, L. C., Manthei, G. und Raffelhüschen, B. (2016), Ehrbarer Staat? Die Generationenbilanz. Update 2016: Zur fiskalischen Dividende der Zuwanderung, Argumente zu Marktwirtschaft und Politik, No. 135, Stiftung Marktwirtschaft, Berlin.

Beer, J. de (2007), Forecasting International Migration: Time Series Projections vs Argument-Based Forecasts, in: Raymer, J., Willekens, F. (Hrsg.), *International Migration in Europe: Data, Models and Estimates*, Wiley, Hoboken NJ, S. 283–306.

Bijak, J. (2006), *Forecasting International Migration: Selected Theories, Models and Methods*, CEFMR Working Paper 4/2006.

Bijak, J. (2007), Bayesian Methods in International Migration Forecasting, in: Raymer, J., Willekens, F. (Hrsg.), *International Migration in Europe: Data, Models and Estimates*, Wiley, Hoboken, NJ, S. 253–281.

Bijak, J., Kupiszewski, M., Kicing, A. (2004), *International Migration Scenarios for 27 European Countries, 2002–2052*, CEFMR Working Paper 4/2004.

Bohk, C. (2012), *Ein probabilistisches Bevölkerungsprognosemodell: Entwicklung und Anwendung für Deutschland*, Springer VS, Wiesbaden.

Bomsdorf, E., Trimborn, M. (1992), Sterbetafel 2000: Modellrechnungen der Sterbetafel, *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswirtschaft*, 81-3, S. 457–485.

Börsch-Supan, A. (2002), Mehr Zuwanderung? Zur Rolle des Auslands bei der Stabilisierung der gesetzlichen Rentenversicherung in Deutschland, MEA Discussion Paper 22-2002.

Burniaux, J., Duval, R. und Jaumotte, F. (2004), *Coping with Ageing: A Dynamic Approach to Quantify the Impact of Alternative Policy Options on Future Labour Supply in OECD Countries*, OECD Economics Department Working Papers 371, S. 1–91.

Castro, L., Rogers, A. (1981), *Model Migration Schedules*, IIASA RR-81-30, International Institute for Applied Systems Analysis.

Caswell, H. (2001), *Matrix Population Models: Construction, Analysis and Interpretation*, Sinauer Associates.

Destatis (2016), *Bevölkerung und Erwerbstätigkeit: Bevölkerung mit Migrationshintergrund – Ergebnisse des Mikrozensus 2015*, Sonderauswertung im Auftrag der KU Eichstätt-Ingolstadt.

Fenge, R., Peglow, F. (2018), *Decomposition of Demographic Effects on the German Pension System*, CESifo Working Paper No. 6834.

Holthausen, A., Rausch, J. und Wilke, C. (2012), *MEA-PENSIM 2.0: Weiterentwicklung eines Rentensimulationsmodells, Konzeption und ausgewählte Anwendungen*, MEA Discussion Papers 254-2012.

Keilman, N., Crujisen, H. (1992), *National Population Forecasting in Industrialized Countries*, Swets & Zeitlinger, Amsterdam and Berwyn, PA.

Rogers, A. (1985), *Regional Population Projection Models*, Vol. 4, Scientific Geography Series, Sage, Beverly Hills, CA.

Vogt, V. (2017a), *Alternating Migration Flows and their Age-Structure Effects on the Long-Term Sustainability of the German Statutory Pension Insurance*, EcoMod 2017 International Conference on Economic Modeling Conference Proceedings.

Vogt, V. (2017b), *Die Projektion der langfristigen Entwicklung der gesetzlichen Rentenversicherung: Methodische Vorgehensweise und empirische Ergebnisse*, in: Altmepfen, K.-D., Zschaler, F., Zademach, H.-M., Böttigheimer, C. und Müller, M. (Hrsg.), *Nachhaltigkeit in Umwelt, Wirtschaft und Gesellschaft: Interdisziplinäre Perspektiven*, Springer VS, Wiesbaden, S. 149–170.

Vogt, V., Althammer, J. (2015), Zuwanderung nach Deutschland: Makroökonomische Szenarioanalyse der Auswirkungen verstärkter Migration auf Altenquotient und Beitragssatz zur gesetzlichen Rentenversicherung, *DGD-Online-Publikation*, 1/2015, S. 38–49.

Vogt, V., Althammer, J. (2016), Linking Retirement Age to Life Expectancy in a Bismarckian System – The Case of Germany, *National Institute Economic Review*, 237, S. R22–R29.

Werding, M. (2011), Demographie und öffentliche Haushalte: Simulationen zur langfristigen Tragfähigkeit der gesamtstaatlichen Finanzpolitik in Deutschland, Arbeitspapier 03/2011, Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung.

Werding, M. (2014), Demographischer Wandel und öffentliche Finanzen: Langfrist-Projektionen 2014–2060 unter besonderer Berücksichtigung des Rentenpakets der Bundesregierung, Arbeitspapier 01/2014, Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung.

Werding, M. (2016), Rentenfinanzierung im demographischen Wandel: Tragfähigkeitsprobleme und Handlungsoptionen, Arbeitspapier 05/2016, Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung.

Werding, M., Hofmann, H. (2008), Projektionen zur langfristigen Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen, ifo Beiträge zur Wirtschaftsforschung 30/2008.

## Anhang

		MÄNN. ZUZÜGE			WEIB. ZUZÜGE			MÄNN. FORTZÜGE			WEIB. FORTZÜGE		
JAHR/KO EFF.	A	b	c	A	B	C	A	b	c	A	b	c	
													1991
1992	922985.9 ***	7.369421 ***	0.9184602 ***	580079.4 ***	4.127429 ***	0.9322139 ***	453259.8 ***	9.415491 ***	0.9191603 ***	251066.7 ***	4.436863 ***	0.9347002 ***	

2004	2003	2002	2001	2000	1999	1998	1997	1996	1995	1994	1993
461350.5	444599.0	486033.6	512718.6	493603.6	511382.8	475052.6	498924.3	576030.4	657773.4	639196.7	779045.4
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
10.467502	9.673989	9.156588	9.014648	8.823688	7.589589	8.209933	8.167926	7.795746	7.196919	7.051164	7.467349
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.9166300	0.9163972	0.9167890	0.9164046	0.9179357	0.9214880	0.9188748	0.9193832	0.9201568	0.9226448	0.9231995	0.9191688
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
322565.6	326680.0	359509.1	370267.0	352093.3	367865.9	326017.1	339712.9	384064.9	441712.0	436623.3	498770.8
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
8.417309	7.916995	7.373632	6.952512	6.470993	5.542378	5.760810	5.466476	5.036712	4.536406	4.436710	4.304541
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.9129301	0.9139451	0.9158776	0.9176013	0.9200127	0.9244734	0.9231738	0.9253986	0.9275040	0.9318849	0.9330291	0.9327859
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
441814.3	397222.0	395422.3	388656.7	433111.3	428259.9	476794.2	482333.2	445446.7	457887.8	487178.2	548066.1
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
12.002824	11.947196	11.724505	11.899439	9.914574	10.366045	9.062909	11.023159	12.224196	11.632260	11.092307	11.721020
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.9181785	0.9166426	0.9166291	0.9166057	0.9190449	0.9186813	0.9215456	0.9170805	0.9146246	0.9155439	0.9151363	0.9133605
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
260835.4	233372.2	232179.7	222677.3	248948.0	248858.1	286987.9	270692.7	235493.9	244926.7	257758.2	254289.2
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
7.530123	7.361889	7.167912	6.788852	5.508997	5.715487	5.100928	5.371190	5.533082	5.234061	4.937816	4.884543
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
0.9223875	0.9217117	0.9223051	0.9246301	0.9289703	0.9289771	0.9316590	0.9314183	0.9307703	0.9323642	0.9328957	0.9310732
***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***

	2011	2010	2009	2008	2007	2006	2005
	586278.9	481750.2	431927.9	409895.8	408760.0	398658.3	417097.3
	***	***	***	***	***	***	***
	11.166975	10.781640	10.712102	11.035315	11.404440	11.842320	11.096565
	***	***	***	***	***	***	***
	0.9159102	0.9165468	0.9170279	0.9163607	0.9158067	0.9148633	0.9161039
	***	***	***	***	***	***	***
	381961.6	323674.8	295097.1	277511.3	276924.2	267192.8	294417.8
	***	***	***	***	***	***	***
	7.945088	8.027484	8.218535	8.388574	8.905183	9.496533	9.094709
	***	***	***	***	***	***	***
	0.9184162	0.9175814	0.9169296	0.9160914	0.9136692	0.9098887	0.9110101
	***	***	***	***	***	***	***
	423377.2	411594.9	450799.2	455060.0	397778.7	399731.0	395700.9
	***	***	***	***	***	***	***
	11.871318	11.472462	11.534206	11.509264	11.566405	11.713071	11.892984
	***	***	***	***	***	***	***
	0.9200053	0.9213951	0.9223988	0.9215179	0.9202717	0.9198168	0.9187534
	***	***	***	***	***	***	***
	262364.4	264558.7	289646.5	290369.2	245696.9	245486.9	238386.6
	***	***	***	***	***	***	***
	7.577041	7.794081	8.012784	7.845574	7.516324	7.552351	7.439539
	***	***	***	***	***	***	***
	0.9255893	0.9257429	0.9255327	0.9248122	0.9241706	0.9235532	0.9230517
	***	***	***	***	***	***	***

Tabelle: Parameter und Signifikanzniveaus der geschätzten Gompertz-Funktionen für 1991-2011 (Quelle: eigene Berechnungen)